

FONCTIONS EN SCALIER / FONCTIONS AFFINES PAR INTERVALLES

Dans les exercices suivants, le plan P est rapporté à un repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1 - Soit la fonction f définie de $[-4, 4]$ dans \mathbb{R} , par :

$$\begin{array}{ll} \text{Si } -4 \leq x < -1 & f(x) = -2 \\ \text{Si } -1 \leq x < 0 & f(x) = 3 \\ \text{Si } 0 \leq x \leq 4 & f(x) = 1. \end{array}$$

1. Calculer $f(-4)$, $f(-2)$, $f(-1)$, $f(-\frac{1}{2})$, $f(\frac{1}{2})$, $f(3)$.

2. Représenter graphiquement la fonction f .

2 - Représenter graphiquement les fonctions suivantes :

a) f , de $[-2, 4]$, dans \mathbb{R} , définie par :

$$\begin{array}{ll} \text{Si } -2 \leq x \leq 0, & \text{alors } f(x) = 2x + 1 \\ \text{Si } 0 < x \leq 2, & \text{alors } f(x) = 1 \\ \text{Si } 2 < x \leq 4, & \text{alors } f(x) = -x + 2 \end{array}$$

b) g , définie de \mathbb{R} dans \mathbb{R} par :

$$g(x) = |2x + 4|$$

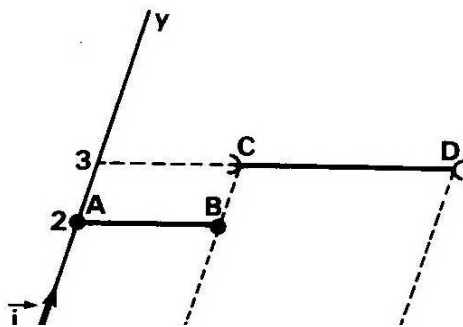
3 - Représenter graphiquement les fonctions définies, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , par :

$$1. f : x \mapsto \frac{|x|}{x} \qquad g : x \mapsto \frac{|x+1|}{x+1}$$

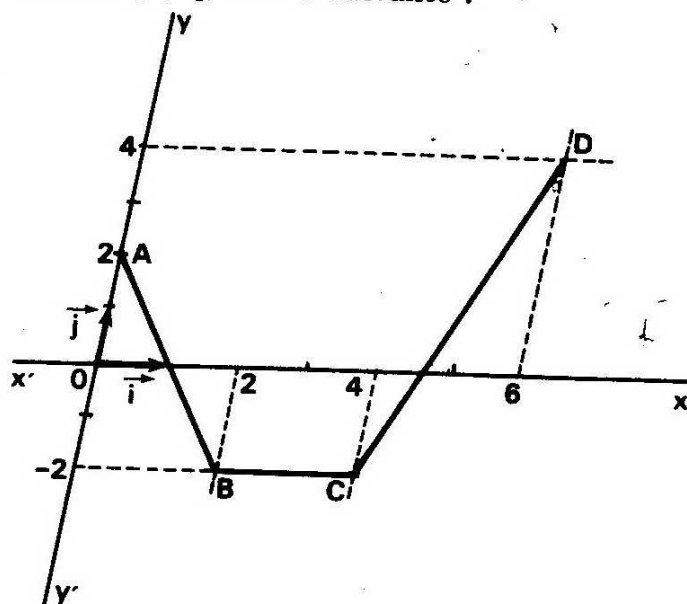
$$2. k : x \mapsto x + \frac{|x|}{x} \qquad \ell : x \mapsto x - |x|$$

4 - La représentation graphique suivante est celle d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0, 6]$.

Donner l'expression de $f(x)$ suivant les différentes valeurs de x appartenant à cet intervalle.



5 - Même question qu'à l'exercice précédent pour la fonction g dont la représentation graphique, sur l'intervalle $[0, 6]$, est la suivante :



6 - 1. Représenter graphiquement la fonction f définie par :

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto |2x - 3|$$

2. Utiliser cette représentation graphique pour donner une estimation des solutions de l'équation : $|2x - 3| = 4$.
Résoudre ensuite cette équation.

7 - 1. Représenter graphiquement les fonctions f et g suivantes :

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \quad g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto |x + 2| \quad x \longmapsto |2x - 1|$$

2. Utiliser ces représentations graphiques pour déterminer le nombre de solutions de l'équation :

$$|x + 2| = |2x - 1|.$$

Résoudre cette équation.

8 - La mesure x du poids d'une lettre ou d'un colis étant donnée en grammes, et la somme à payer, s , pour l'envoi de ce paquet, en francs, les tarifs postaux à l'intérieur du Sénégal sont les suivants :

x	s
$0 < x < 20$	60
$20 \leq x < 100$	140
$100 \leq x < 250$	250
$250 \leq x < 500$	400

Quelle est la somme à payer pour expédier un colis de .

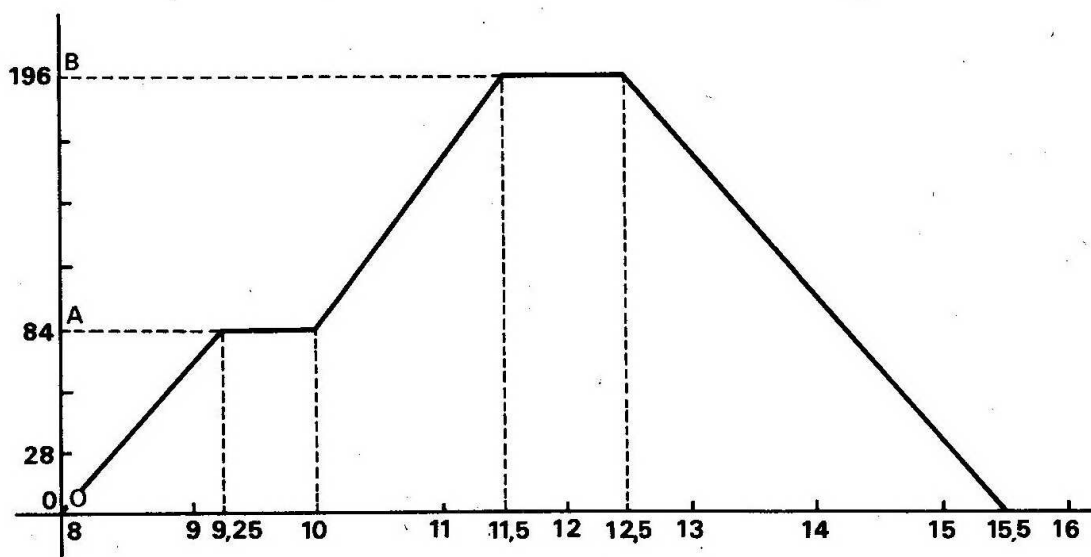
9- La prise en charge, par un taxi, est de 60 francs et la somme à payer augmente de 10 francs chaque fois que l'on a parcouru 200 mètres.

1. Quelle est la somme à payer pour parcourir 400 mètres? 450 mètres? 2 kilomètres?

2. Soit x le nombre de mètres parcourus et s la somme à payer. Lorsque x appartient à l'intervalle $[0, 1400]$, déterminer la fonction f définie par $f(x) = s$.

Représenter graphiquement f . (On pourra prendre, sur l'axe des abscisses, 1 cm pour représenter 200 m et, sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour représenter 20 F.)

10 - Sur le graphique suivant, on a représenté le mouvement d'un taxi de brousse. Sur l'axe des ordonnées sont indiquées les distances parcourues en kilomètres, sur l'axe des abscisses sont indiquées les durées correspondantes en heures.



O, A, B représentent respectivement les villes de Dakar, M'bour et Kaolack. Répondre, d'après le graphique, aux questions suivantes :

1. Quelle est la vitesse moyenne du taxi entre Dakar et M'bour? M'bour et Kaolack? Kaolack et Dakar?
2. Combien de temps le taxi s'arrête-t-il dans chaque ville?
3. Quelle est la durée totale du trajet Dakar-Kaolack?

11 - Le plan P est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère la fonction affine f définie par $f(x) = -2x + 4$ et on appelle Δ sa représentation graphique dans P .

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection A et B de Δ avec les axes de coordonnées $(x'x)$ et $(y'y)$.
2. Soit M un point du segment $[AB]$ de coordonnées x et y . On appelle d_1 la distance de M à l'axe $(x'x)$ et d_2 la distance de M à l'axe $(y'y)$. Exprimer d_1 et d_2 , puis $d_1 + d_2$ en fonction de x .
3. Le point M est maintenant un point quelconque de la droite Δ . On appelle g la fonction définie par :

$$\begin{aligned} g : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto d_1 + d_2 \end{aligned}$$

Donner l'expression de $d_1 + d_2$ en fonction de x (on devra envisager trois cas):

Représenter graphiquement la fonction g dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

Déterminer graphiquement pour quelle valeur de x , $g(x)$ est minimum.

12 - Le plan P est rapporté à un repère orthonormé.

On considère la droite Δ d'équation : $3x + 2y - 6 = 0$.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de Δ avec les axes de coordonnées $(x'x)$ et $(y'y)$.

2. Soit $M(x, y)$ un point quelconque de Δ . On appelle R la projection orthogonale du point M sur la droite $(x'x)$, et S la projection orthogonale du point M sur la droite $(y'y)$. Déterminer, en fonction de x , les distances OR et OS .

Pour quelles valeurs de x le rectangle (O, R, M, S) est-il un carré?

3. On appelle p la mesure du périmètre du rectangle (O, R, M, S) exprimée en fonction de x . On considère la fonction h suivante :

$$\begin{array}{ccc} h : \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{R} \\ x & \longmapsto & p \end{array}$$

Représenter graphiquement la fonction h .

Déterminer, graphiquement, le nombre de solutions de l'équation $h(x) = 5$.

Résoudre ensuite cette équation.