

FONCTIONS LINEAIRE

1 - Une application linéaire f est telle que $f(-7) = 2,1$.

Calculer $f(-12)$; $f(2)$; $f\left(\frac{3}{2}\right)$ et $f(\sqrt{3})$.

2 - Une application linéaire f est telle que $f(2) = -5$.
Calculer les antécédents, par f , des réels :

$$-10; \quad 2,5; \quad 1 - \sqrt{3}.$$

3 - a) Existe-t-il une application linéaire f telle que les réels -8 ; -12 ; 7 , soient les images respectives, par f , des réels 12 ; 18 ; $-10,5$?

b) Existe-t-il une application linéaire g telle que les réels -13 ; -2 ; $0,5$; 4 , soient les images, par g , des réels $2,6$; $0,4$; $0,03$; $0,8$?

4 - Une carte de géographie est construite à l'échelle de $\frac{1}{600\,000}$, ce qui signifie qu'une distance physique de 1 cm sur la carte représente une distance physique réelle de 600 000 cm.

1. La distance entre deux villes, mesurée sur la carte, est 3 cm. Quelle est leur distance réelle?

2. Deux villes A et B sont situées à 39 km l'une de l'autre. Quelle est leur distance sur la carte?

3. On appelle x la distance de deux villes sur la carte et y , leur distance réelle. Déterminer la fonction f , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , telle que : $f(x) = y$.

5 - **Exercice résolu.**

Trouver trois réels a , b et c proportionnels aux réels 7 ; 2 ; 8 et dont la somme est 34 000.

Exercice rédigé.

a , b et c étant proportionnels aux réels 7 ; 2 et 8 , il existe une fonction linéaire f de coefficient k telle que :

$$f(7) = a, \quad f(2) = b \text{ et } f(8) = c$$

c'est-à-dire :

$$a = 7k$$

$$b = 2k$$

$$c = 8k$$

Nous en déduisons :

$$a + b + c = 7k + 2k + 8k = 17k$$

D'après l'énoncé :

$$a + b + c = 34\,000$$

Donc :

$$17k = 34\,000$$

$$k = 2\,000$$

D'où : $a = 14\,000$; $b = 4\,000$ et $c = 16\,000$.

6 - Trois ouvriers ont travaillé respectivement 15, 24 et 31 jours. Ils ont touché un salaire global de 91 000 francs.

Sachant que le salaire journalier est le même pour les trois ouvriers, combien chacun d'eux a-t-il reçu?

7 - Déterminer trois réels a , b et c respectivement proportionnels aux réels 4, 7 et 2 et tels que $2a + 3b - c = 45\,000$.

8 - Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = -2x$.

1. Calculer $f(2 + \sqrt{3})$ et $f(2) + f(\sqrt{3})$. Vérifier que ces réels sont égaux. Soit a et b deux réels quelconques, comparer $f(a + b)$ et $f(a) + f(b)$.

2. Calculer $f(3\sqrt{7})$ et $3f(\sqrt{7})$. Vérifier que ces réels sont égaux. Soit λ et a deux réels quelconques, comparer $f(\lambda a)$ et $\lambda f(a)$.

9 - Soit f et g les deux fonctions suivantes :

$$\begin{array}{ll} f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} & g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto 3x & x \longmapsto -\frac{1}{2}x \end{array}$$

1. Déterminer $g \circ f$ et $f \circ g$. Ces fonctions sont-elles linéaires? A-t-on $f \circ g = g \circ f$?

2. Déterminer la fonction $f + g$; est-elle linéaire?

Déterminer la fonction fg ; est-elle linéaire?

Dans les exercices suivants, le plan P est rapporté à un repère cartésien noté (O, \vec{i}, \vec{j}) .

10 - Déterminer la fonction f dont la représentation graphique est la droite D qui contient l'origine O et le point $A(-2, 4)$.

11 - Soit les fonctions :

$$\begin{array}{ll} f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} & \text{et} \quad g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto -3x & x \longmapsto 2x \end{array}$$

1. Déterminer la fonction $f + g$.

2. Tracer les droites D_1, D_2, D_3 , représentations graphiques respectives des fonctions f, g et $f + g$. On considère la droite Δ d'équation $x = 1$ et on appelle I, A, B, C les points d'intersection de Δ avec respectivement l'axe des abscisses, D_1, D_2 et D_3 . Calculer $\overline{IA}, \overline{IB}$ et \overline{IC} . Vérifier que $\overline{IC} = \overline{IA} + \overline{IB}$.

12 - On considère la fonction linéaire f telle que $f(2) = 5$. Sans calculer son coefficient, représenter graphiquement la fonction f .

Comment peut-on, à l'aide de cette représentation graphique, donner une estimation de l'image par f de -2 ? De l'antécédent par f de $2,5$?

Déterminer ces réels par le calcul.

13 - Soit f la fonction linéaire définie par : $f(x) = -\frac{2}{3}x$.

1. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) \geq 3$? $f(x) \leq 6$?

2. Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(x, y)$ de P tel que :

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x \\ 3 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

3. Vérifier graphiquement les résultats de la première question.

14 - Le plan P est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère la fonction linéaire f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x$ et la fonction linéaire g définie par $g(x) = -2x$, on appelle Δ et Δ' leurs représentations graphiques. Déterminer un vecteur directeur de chacune de ces droites. Montrer que Δ et Δ' sont perpendiculaires. Calculer le produit de leurs coefficients directeurs.

15 - Le plan P est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Tracer les droites D et D' représentant graphiquement les fonctions f et g suivantes :

$$\begin{array}{ccc} f: \mathbb{R} & \mapsto & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2x \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} g: \mathbb{R} & \mapsto & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & -2x \end{array}$$

2. On considère les points A de D et B de D' d'abscisse 1.

Montrer que ces points sont symétriques par rapport à $(x'x)$. En déduire que D' est l'image de D par une symétrie que l'on précisera.

3. Démontrer que D et D' sont symétriques par rapport à $(y'y)$.

4. On donne la fonction linéaire h , définie par $h(x) = 3x$; on appelle Δ sa représentation graphique. Déterminer la fonction linéaire k qui admet pour représentation graphique la droite Δ' symétrique de Δ par rapport à $(x'x)$.